

# Ukrštenost osi kotača tračnih pila

Mario ŠTAMBUK, dipl. ing.  
Zagreb

Izvorni znanstveni rad

Prispjelo: 19. siječnja 1984.  
Prihvaćeno: 4. svibnja 1984.

UDK 630\* 822.34

## Sažetak

U članku su prikazana istraživanja tračnih pila kod kojih osi kotača ne leže u istoj ravni, već se ukrštavaju za mali kut netočnosti izravnavanja kotača. Novoizvedene jednadžbe pokazuju utjecaj kuta ukrštenosti kotača na maksimalno naprezanje u traci, kao i utjecaj toga kuta na habanje radne plohe vijenca kotača, te moguće pucanje lista pile u pazuhu zuba. Detaljno je prikazan radionički postupak za kontrolu, mjerjenje i izravnavanje kuta ukrštenosti osi kotača, zasnovan na novoizvedenim postavkama.

**Ključne riječi:** tračne pile — ukrštenost osi kotača tračnih pila — naprezanja u listovima tračnih pila — habanje vijenca kotača tračnih pila.

## CROSS-ALIGNING OF BAND-SAW PULLEYS

### Summary

This paper describes researches related to such cases of band-saws when axis of pulleys are cross-aligned for a small angle of inaccuracy instead of being aligned. A newly derived equation shows the effect of angle of cross-aligning of pulleys on maximum stresses on the band-saw blade, also the effect of this angle on wear and tear of the working surface of the pulley rim and possible breaking of saw blade in the root of a tooth.

Based on newly derived proposition a detailed process for check-up, measurement and alignment of cross-aligned axis of pulleys has been shown.

**Key words:** band-saws — cross-aligning of band-saw pulleys — stresses in the saw band blades — wear and tear of the pulley rim.

### 1. UVOD

Pod ukrštenošću osi kotača u ovom članku podrazumijeva se položaj kotača u kojem osi kotača ne leže u istoj ravni, već njihove horizontalne projekcije zatvaraju neki kut  $\lambda$  (slika 2-D).

Prilikom montaže, odnosno održavanja tračnih pila, treba, prema uputama proizvođača, osigurati paralelnost osi kotača uz pomoć viskova (osi kotača u istoj ravni). Kut ukrštenosti izravnava se na nulu, u okviru dopuštenih odstupanja. Propisi, npr. oni objavljeni u SSSR-u [2], navode dopuštena odstupanja u granicama od 1 mm/1000 mm. Već ova

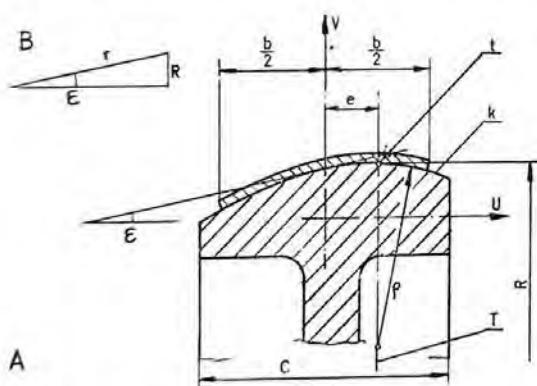
dovoljena odstupanja, kako će kasnije biti numerički pokazano, dovode do osjetnih povećanja kritičnih naprezanja u listu pile, a izazivaju i intenzivnije habanje radne plohe vijenca kotača.

Zadatak ovog rada jest da doprinese rasvjetljivanju problema u vezi s ukrštenosti kotača kod tračnih pila trupčara, te da upozori na praktične načine njihova rješavanja. Međutim, neke postavke izvedene za tračne pile mogu biti od koristi za razmatranje analognih problema drugih srodnih mehanizama, npr. remenskih prijenosa, trakastih transporteru i dr.

## 2. ELASTIČNA LINIJA LISTA PILE ZA SLUČAJ UKRŠTENIH OSI KOTAČA

U literaturi [3] su objavljeni obrasci (jednadžbe) za proračun parametara koji definiraju kretanje lista pile po bombiranim vijencima kotača, čije osi nisu ukrštene. Pri tome su utvrđene slijedeće pretpostavke:

1. osi kotača leže u jednoj ravnini;
2. svaki kotač predstavlja kruto rotaciono tijelo;
3. kotači su dosta široki da list pile (ne računajući zube) ostaje uvijek cijelom svojom širinom na vijencu kotača;
4. list pile je po cijeloj svojoj dužini prav i ravan;
5. list pile je elastičan;
6. natezna sila je dovoljna da osigura potpuno prianjanje lista pile po bombiranom profilu vijenca;
7. natezna sila praktički ne varira, niti uslijed sile koje potječu od drva, a niti uslijed promjene položaja lista na kotačima;
8. poznato je hvatište i veličina rezultante sile uslijed djelovanja drva.



Sl. 1 — List pile na bombiranom vijencu gornjeg kotača  
Abb. 1: Skizze der Sägeblattlage auf dem balligen Kranz der oberen Sägerolle

Fig. 1: Position of the band-saw blade on a crown-faced upper pulley

A — radijalni presjek kotača i lista pile;

B — parametri ekvivalentnog konusa; k — krivulja vijenca kotača (bombe), izvedena u obliku kvadratne parabole; t — tjemena kvadratne parabole; ρ — radius zakrivljenosti u tjemenu kvadratne parabole; R — radijus tjemennog kruga kotača; T — trag ravne tjemene gornjeg kotača; e — udaljenje elastične linije lista pile od tjemena gornjeg kotača (analogno udaljenje kod donjeg kotača je  $e_0$ ); ε — kut izvodnice ekvivalentnog konusa gornjeg kotača (analogni kut kod donjeg kotača je  $\mu$ ); r — radius plasti ekvivalentnog konusa gornjeg kotača; u, v — osi koordinatnog sistema.

Uz navedene uvjete, bio je usvojen i pojam ekvivalentnog konusa. To je zamišljeni konus vijenca kotača, koji bi djelovao istim bočnim momentima na radnu i povratnu granu lista pile, kao i stvarni dio bombiranog vijenca kotača, na koji list pile u određenom momenatu naliježe. Ako je krivulja bombea vijenca kotača izvedena u obliku tjemene zone kvadratne parabole (slika 1), što se često za praktične svrhe s dovoljnom točnošću može prihvatiti, onda, kako je računom pokazano [3], kut  $\epsilon$ , ekvivalentnog konusa za gornji kotač, s označama iz slike 1, iznosi:

$$\epsilon = \frac{e}{\rho} \quad (1)$$

Analogno tome, kut ekvivalentnog konusa za donji kotač je:

$$\mu = \frac{e}{\rho} \quad (2)$$

Ako je profil vijenca kotača izведен u obliku neke krivulje  $v = f(u)$  (slika 1), onda je kut ekvi-

$$\text{alentnog konusa } \epsilon_e = \frac{12}{b^3} \int_{-b/2}^{b/2} v \cdot u \cdot du. \text{ U tom}$$

slučaju se može računati sa zamišljenim odgovarajućim radijusom zakrivljenosti bombea:

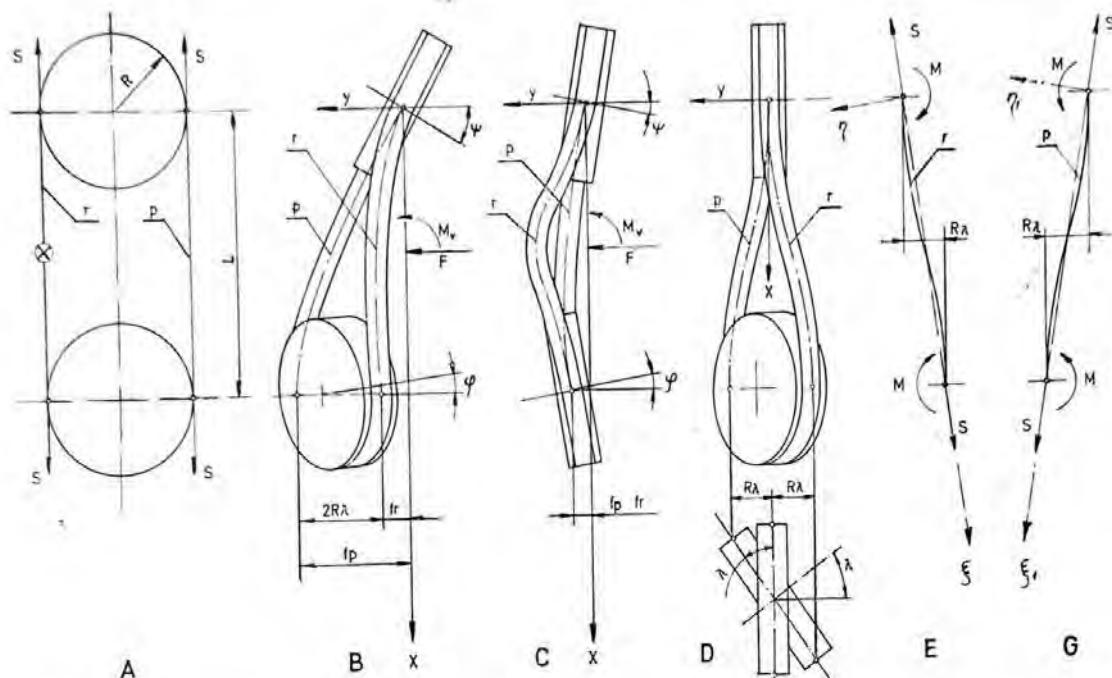
$$\rho_e = \frac{e}{\epsilon_e} \quad (3)$$

Isti obrasci, s odgovarajućim označama, vrijede za donji kotač.

Ovdje treba još ukazati na činjenicu da, kod stacionarnog obvojnog kretanja lista pile po kotačima, pilna traka nailazi na svaki vijenac kotača pod pravim kutem prema osi kotača. Istovremeno je bočna krivina slobodnog dijela lista pile na mjestu nailaska na vijenac jednaka bočnoj krivini onog dijela lista pile koji naliježe na vijenac tog kotača. Ove krivine jednake su krivini kružnog luka plasti ekvivalentnog konusa, te iznose  $1/r = \epsilon/R$  (slika 1-B) za gornji kotač.

Radi definiranja utjecaja kuta ukrštenosti na kretanje pile po kotačima, uz ranije navedene pret-

1) Pod bočnim momentima nadalje će se podrazumijevati momenti savijanja, tretirani kao da djeluju u razvijenoj ravnini pilne trake.



Sl. 2 — List pile na kotačima tračne pile desne izvedbe

Abb. 2: Einige Sägeblattdispositionen auf den Sägerollen

Fig. 2: Some dispositions of the band-saw blade and pulleys

A — Pojednostavljeni načrt uz bokocrt B, C, D, E, G;

B — Elastična linija lista pila prema pretpostavkama Br. 2...10, kod uvjeta:  $\psi \neq 0, \varphi \neq 0, \lambda \neq 0, F \neq 0, M_v \neq 0$ ;C — Elastična linija lista pila prema pretpostavkama br. 1...8 i br. 10, uz uvjete:  $\psi \neq 0, \varphi \neq 0, \lambda = 0, F \neq 0, M_v \neq 0$ ;D — Elastična linija lista pila prema pretpostavkama br. 2...10, uz uvjete:  $\psi = 0, \varphi = 0, \lambda \neq 0, F = 0, M_v = 0$ ;

E — Elastična linija radne grane lista pila iz skice D uz prikaz aksijalnih sila S, i reakcija oslonaca M;

G — Elastična linija povratne grane lista pila iz skice D uz prikaz aksijalnih sila S i reakcija oslonaca M;

F — natražna sila rezanja;  $M_v$  — momenat uslijed sila rezanja;r — radna grana lista pila dužine L; p — povratna grana lista pila dužine L; X — apsida postavljena paralelno s vertikalnim pravcem koji prolazi kroz središte tjemnenih krugova gornjeg i donjeg kotača pila;  $\xi, \eta$  — koordinatni sistem za elastičnu liniju iz skice E;  $\xi_1, \eta_1$  — koordinatni sistem za elastičnu liniju iz skice G.

postavke br. 2...8, utvrđene su ovdje još daljnje dvije, i to:

9. kod postojanja malog kuta ukrštenosti osi kotača, progibi elastične linije za  $x = L$ , različiti su za svaku od dviju slobodnih grana lista, tako da njihova razlika iznosi  $f_p - f_r = 2R\lambda$  (slika 2-B);

10. profili vjenaca gornjeg i donjeg kotača izvedeni su u obliku jednakih kvadratnih parabola, položenih kao na slici 1.

Po principu superpozicije, elastična linija jedne grane lista tračne pile može se smatrati kao sumu ordinata niza parcijalnih elastičnih linija, pri čemu je svaka parcijalna elastična linija rezultat djelovanja određene transverzalne sile ili momenta, uz istovremeno djelovanje para nateznih aksijalnih sila S.

Radi dalje razrade pogodno je rastaviti elastične linije, kako radne grane tako i povratne grane, sva-ku na po dvije komponente:

— jednu komponentu za tračne pile s neukrštenim osima kotača, prema pretpostavkama br. 1...8, te uz uvjete:  $\lambda = 0, \psi \neq 0, \varphi \neq 0, F \neq 0, M_v \neq 0$ , (slika 2-C). Ovaj slučaj obraden je u literaturi [3] i neće se ovdje posebno tretirati.

— drugu komponentu za tračne pile s ukrštenim osima kotača, prema pretpostavkama 2...10, te uz uvjete:  $\lambda \neq 0, \psi = 0, \varphi = 0, F = 0, M_v = 0$ , (slika 2-D).

Superpozicijom prve i druge komponente elastične linije dobiva se općenitiji oblik ( $\lambda \neq 0, \psi \neq 0, \varphi \neq 0, F \neq 0, M_v \neq 0$ ), (slika 2-B).

Za drugu komponentu elastične linije, kad je u pitanju radna grana, može se postaviti koordinatni sistem  $\xi, \eta$ , te plan sila, S, i momenata, M, kao na slici 2-E. Primjenom rješenja za elastične linije aksijalno rastegnutih vitkih štapova [4], te uz rubne uvjete ( $\xi = 0, \eta' = \lambda R/L$ ) i  $\xi = L, \eta' = \lambda R/L$ ), rezultira obrazac elastične linije radne grane:

$$\eta = R\lambda \frac{a_6}{p^2 L^2} \left[ \frac{L - 2\xi}{L} + \frac{\operatorname{sh} p\xi - \operatorname{sh} p(L - \xi)}{\operatorname{sh} pL} \right] \quad (4)$$

gdje je:

$\lambda$  — kut ukrštenosti osi kotača (sl. 2-D)

Faktor argumenta hiperboličnih funkcija

$$p = \sqrt{\frac{S}{EJ}} = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{12 \sigma_0}{E}}$$

$S$  — aksijalna sila natezanja za jednu granu lista pile,

$J = db^3/12$ , momenat inercije presjeka lista pile,  
 $d$  — debljina lista pile,

$b$  — širina lista pile (ne računajući zube),

$E$  — modul elastičnosti materijala lista pile,

$\sigma_0 = S/b \cdot d$ , naprezanje u listu pile uslijed sile  $S$ .

$$a_6 = \frac{F^2 L^2}{ch pL + 1} \quad \text{parametar elastične linije}$$

$$- 2 + pL \frac{sh pL}{sh pL}$$

Vrijednosti argumenata,  $pL$ , hiperboličkih funkcija za tračne pile trupčare često se kreću u području blizu jedinice (tabela II, alinea 11). Nekoliko vrijednosti parametara  $a_6$  za područje bliže jedinici dato je u tabeli L.

NEKE VRIJEDNOSTI PARAMETRA  $a_6$   
 EINIGE WERTE DES PARAMETERS  $a_6$   
 SOME VALUES OF THE PARAMETER  $a_6$

Tablica I  
 Tabelle I  
 Table I

$pL$	0	1	1,5	2	3	4
$a_6$	6	6,13	6,22	6,39	6,84	7,44

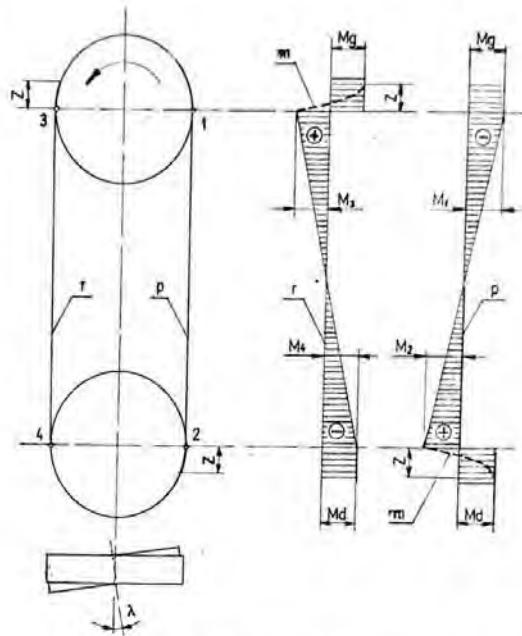
Analogno kao i za radnu granu, izvodi se obrazac za elastičnu liniju povratne grane lista pile, što u odgovarajućem koordinatnom sistemu  $\xi_1, \eta_1$  (slika 2-G) daje:

$$\eta_1 = -R\lambda \frac{a_6}{p^2 L^2} \left[ \frac{L - 2\xi_1}{L} + \frac{\operatorname{sh} p\xi_1 - \operatorname{sh} p(L - \xi_1)}{\operatorname{sh} pL} \right] \quad (5)$$

Izrazi (4) i (5) predstavljaju novoizvedene obrazce za elastične linije radne i povratne grane lista pile kad su osi kotača ukršteni uz pretpostavke 2...10, te uz uvjete:  $\lambda \neq 0, \psi = 0, \varphi = 0, F = 0, M_y = 0$ , (slika 2-D).

### 3. DODATNI MOMENTI SAVIJANJA LISTA PILE USLIJED UKRŠTENOSTI OSI KOTAČA

Diferenciranjem obrazaca (4) i (5), te uz primjenu poznate relacije  $M = -EJ\eta'$ , dobivaju se izrazi za momentne krivulje, i to za radnu granu:



Sl. 3: Dodatni momenti u listu pile uslijed ukrštenosti osi kotača (za dispoziciju tračne pile prema skici D, slika 2).

Abb. 3: Von der Rollenachsenkreuzung hervorgerufene zusätzliche Momente im Sägeblatt (für die Bandsägedisposition gemäß Skizze D, Abbildung 2)

Fig. 3: Additional moments in the band-saw blade due to the non-cross-aligning of band-saw pulleys (for the band-saw disposition D on Figure 2)

$M_1, M_d$  — momenti reakcije oslonaca povratne grane ( $p$ );  
 $M_s, M_t$  — momenti reakcije oslonaca radne grane ( $r$ );  
 $M_c$  — momenti bočnog savijanja lista pile na gornjem kotaču pile (u razvijenoj ravni trake);  $M_{cd}$  — momenti bočnog savijanja lista pile na donjem kotaču (u razvijenoj ravni trake);  $z$  — zone bočnog proklizavanja lista pile po vijencu kotača;  $m$  — kontinualna varijanta momentne linije uspostavljena proklizavanjem lista pile po vijencu kotača u zoni  $z$ ; 1, 2, 3 — pozicije izlaza lista pile s donjeg, odnosno gornjeg kotača; 1, 4 — pozicije ulaza lista pile na gornji, odnosno donji kotač.

$$M = \frac{EJR \lambda a_6}{L^2} \frac{sh p\xi - sh p(L - \xi)}{sh pL} \quad (6)$$

i za povratnu granu:

$$M = \frac{EJR \lambda a_6}{L^2} \frac{sh p\xi_1 - sh p(L - \xi_1)}{sh pL} \quad (7)$$

Uvrštavanjem koordinata  $\xi = \xi_1 = 0$ , odnosno  $\xi = \xi_1 = L$ , u obrusce (6) i (7), dobivaju se momenti u osloncima radne i povratne grane (slika 3)

$$M_1 = -EJR\lambda a_6/L^2 \quad (8)$$

$$M_2 = EJR\lambda a_6/L^2 \quad (9)$$

$$M_3 = EJR\lambda a_6/L^2 \quad (10)$$

$$M_4 = -EJR\lambda a_6/L^2 \quad (11)$$

Istovremeno momenti bočnog savijanja lista pile (momenti savijanja u razvijenoj ravnini trake) na poluopsegu vijenca gornjeg kotača iznose:

$$M_g = -EJ(\varepsilon/R), \quad (12)$$

i na poluopsegu vijenca donjeg kotača:

$$M_d = -EJ(\mu/R), \quad (13)$$

gdje je  $(\varepsilon/R)$  i  $(\mu/R)$  krivina luka plašta ekvivalentnog konusa na vijencu gornjeg, odnosno donjeg, kotača (slika 1-B).

Zbog jednakosti bočne krivine nailazećeg dijela radne grane lista u točki 4 s krivinom onog dijela lista koji naliježe po vijencu donjeg kotača — jednak su i momenti neposredno ispred i iza točke 4, te je  $M_d = M_4$ . Analogno vrijedi i za povratnu granu kod točke 1, gdje je  $M_g = M_1$ .

Pomoću nafrijed navedenih obrazaca moguće je konstruirati grafikon bočnih momenata savijanja razvijenog lista pile (slika 3). Na grafikonu koji pokazuje promjenu momenta duž pilne trake zapožaju se skokovi momenta u točkama 2 i 3. Ovaj matematski dobiveni diskontinuitet ne predstavlja fiziku stvarnosti. Naime, kod točaka 2 i 3 nastaje bočno proklizavanje pilne trake po vijencu kotača, čime se — umjesto nagle promjene — uspostavlja postepena promjena krivine elastične linije. Dodatni momenti uzrokovani bočnim silama trenja u zoni proklizavanja formiraju kontinuirani tijek momenta u zoni z, ispred točke 2, te ispred točke 3 (slika 3).

Računski iznosi skokova momenata u točkama 2 i 3 nalaze se uz pomoć momentne linije (slika 3) i po absolutnoj vrijednosti iznose  $\Delta M = |2 EJR\lambda a_6/L^2|$ . Kako su skokovi momenata proporcionalni s kutom  $\lambda$ , to i proklizavanje, izazvano skokom momenata, raste usporedo s porastom kuta ukrštenosti osi kotača.

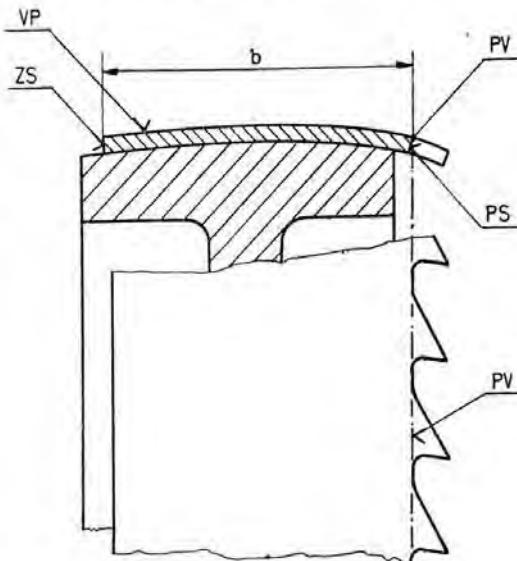
Na osnovi iznjetog, može se konstatirati da ukrštenost osi kotača izaziva specifični tijek momenata duž lista pile, koji dodatno opterećuju pilnu traku. Istovremeno, ukrštenost osi kotača rada tendenci diskontinuiteta momentne linije, što uzrokuje bočno (transverzalno) proklizavanje lista u zonama gdje se pilna traka odvaja od vijenca kotača.

#### 4. DODATNA NAPREZANJA U LISTU PILE USLIJED UKRŠTENOSTI OSI KOTAČA

Ukupno naprezanje u jednoj točki lista pile može se razložiti na parcijalna naprezanja koja su uz-

rokovana različitim pojedinačnim faktorima. Dalje će biti prikazana neka parcijalna naprezanja, koja su značajna za sagledavanje utjecaja kuta ukrštenosti osi kotača na kritična naprezanja u listu pile.

Naprezanje  $\sigma_0 = S/db$ , uslijed nateznih aksijalnih sile S, ravnomjerno je raspodijeljeno po cijelom poprečnom presjeku lista pile i po cijeloj dužini pilne trake. Radi usporedivanja, u narednim razmatranjima, bit će usvojena veličina  $\sigma_0 = 120$  N/mm<sup>2</sup> (Tablica II, alinea 9).



Slika 4: Karakteristična područja naprezanja na poprečnom presjeku lista pile

Abbildung 4: Charakteristische Spannungsbereiche auf dem Sägeblattquerschnitt

Fig. 4: Location of characteristic stresses on the band-saw blade cross-section

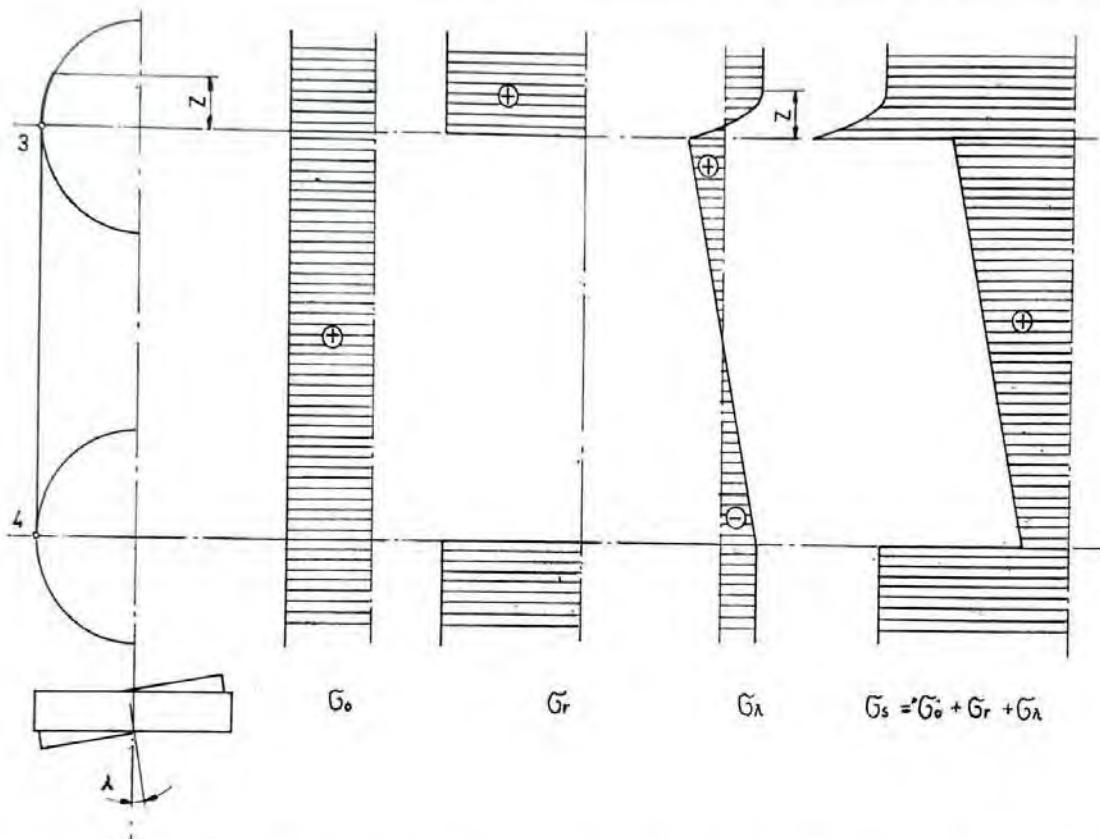
VP — vanjski pojas presjeka lista pile; PS — prednja strana presjeka lista pile; ZS — zadnja strana presjeka lista pile; PV — prednje vanjsko uzdužno vlakno lista pile.

Uslijed savijanja lista pile preko radijusa kotača R, u vanjskom pojasu lista pile VP (slika 4)

$$\text{nastaju naprezanja } \sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{d}{2R}. \text{ Kod usvojenih}$$

nog odnosa  $d/2R = 1/1000$  (tablica II, alinea 8), i uz vrijednosti  $\nu = 0,3$ , te uz modul elastičnosti  $E = 210\,000$  N/mm<sup>2</sup>, može se operirati s veličinom  $\sigma_r = 230$  N/mm<sup>2</sup>.

Bočni momenti savijanja uslijed ukrštenosti osi kotača (slika 3) izazivaju dodatna naprezanja, s maksimalnim vrijednostima  $\sigma_\lambda$ , u prednjoj strani PS, i zadnjoj strani, ZS, presjeka lista pile (slika 4). Naprezanje  $\sigma_\lambda$  promjenljivo je po dužini pile, usporedno s promjenom momenta uslijed ukrštenosti osi kotača (slika 5). U slučaju opterećenja kao na slici 3, najveći momenti (8), (9), (10), (11) javljaju



Sl. 5: Osnovna naprezanja u radnoj granji lista pile (za dispoziciju tračne pile prema skici D, slika 2)

Abb. 5: Grundspannungen im Sägeblatt-Trum (für die Bandsäge-disposition D, Abbildung 2)

Fig. 5: Basic stresses in one half of the band-saw blade (for the band-saw disposition D on Figure 2)

$\sigma_0$  — ravnomjerno naprezanje po presjeku lista pile uslijed načinjenih aksijalnih sile S;  $\sigma_r$  — naprezanje u vanjskom pojusu,

uslijed savijanja lista preko polumjera kotača;  $\sigma_\lambda$  — naprezanje u prednjoj strani presjeka lista pile, uslijed ukrštenosti osi kotača. Naprezanja  $\sigma_\lambda$  u praksi su obično manja u odnosu na  $\sigma_0$  i  $\sigma_r$  nego što je to na slici prikazano;  $\sigma_s$  — sumarno naprezanje u vlaknu PV,  $\sigma_s = \sigma_0 + \sigma_r + \sigma_\lambda$ ; z — zona bočnog proklizavanja po vijencu kotača.

se na položajima 1, 2, 3, 4. Na tim položajima absolutna vrijednost naprezanja  $\sigma_\lambda$ , iznosi  $\sigma_\lambda = |ERba_6/2L^2|$ . Radi uspoređivanja navodi se iznos  $\sigma_\lambda = 16 \text{ N/mm}^2$ , koji se odnosi na tračnu pilu  $2R = 1600 \text{ mm}$ , uz pretpostavku  $\lambda = 1/1000$  (alinea 13, tabela II).

Najveće sumarno računsko naprezanje u listu pile, za slučaj prikazan na slici 5, pojavljuje se na položaju točke 3. Tu se u vlaknu PV (slika 4) superponiraju naprijed navedena naprezanja, tako da sumarno naprezanje iznosi  $\sigma_s = \sigma_0 + \sigma_r + \sigma_\lambda$ . Sumarno naprezanje za navedene numeričke vrijednosti pojedinačnih naprezanja je  $\sigma_s = 120 + 230 + 16 = 366 \text{ N/mm}^2$ .

Za detaljnije rasvjetljavanje problema dodatnih naprezanja u listu pile uslijed ukrštenosti osi kotača, potrebno je izvršiti direktna mjerena naprezanja u traci. Međutim, već na osnovi naprijed navedenih razmatranja izlazi da se kritična napre-

zanja u nekim točkama lista mogu povećati za blizu 5%, ako se kut ukrštenosti osi kreće u granicama tolerance od  $\lambda < 1/1000$ . Ukoliko stroj nije pravilno izravnovan, ili se uslijed habanja i deformacija kut  $\lambda$  vremenom poveća, dodatna naprezanja mogla bi biti i znatno veća od 5%. Od posebne važnosti za vijek trajanja lista pile je činjenica da se najveća dodatna naprezanja uslijed ukrštenosti kotača mogu pojaviti baš u vlaknu PV (slika 4), koje tangira najdublje zone međuzublja. Tu se, uslijed nagle promjene presjeka, ostvaruje koncentracija naprezanja s faktorom povećanja od 130% do 250%.

Prema tome, dodatna naprezanja uslijed ukrštenosti osi kotača, koja u do sada objavljenim analizama nisu bila obuhvaćena proračunom čvrstoće, mogu biti značajan faktor zamora materijala pilne trake. Odatle proizlazi i zaključak za radiomičku praksu, da je, kod prijevremene pojave pukotina u pilnoj traci, posebno kod napuklina u pazuzu zuba, uz ostale mjere potrebno provjeriti, odnosno izrav-

PARAMETRI ZA PET TIPSKIH VELICINA TRAČNIH PILA TRUPCARA  
 PARAMETER VON 5 GROSSENTYPEN VON BLOCKBANDSAGEN  
 PARAMETERS OF 5 TYPICAL BAND MILL SIZES

Tablica II  
 Tabelle II  
 Table II

1	Promjer kotača	2R	mm	1100	1300	1600	1800	2100	2400
2	Širina vijenca	C	mm	128	162	230	258	288	331
3	kotača	C/2R	1		0,11	0,13	0,14	0,14	0,14
4	Radius bombea	$r_p$	m		8,4	14,0	18,4	30,4	i)
5	vijenca kotača h)d)	$r_p/2R$	1		7,6	10,7	11,5	16,8	i)
6	Razmak	L	m		2,12	2,57	2,70	3,04	3,10
7	osi kotača b)	L/2R	1		1,9	2,0	1,7	1,7	1,2
8	Rel. deb. lista e)	d/2R	1				1 : 1000		
9	Naprezanje uslijed natezne sile c)	$\sigma_0$	N/mm <sup>2</sup>				120		
10	Kut ukrštenosti osi f)	$\lambda$	1				0,001		
11	$\frac{b}{L} \sqrt{\frac{12 \sigma_0 d}{E}}$	pL	1		1,37	1,31	0,97	0,97	0,89
12	Hiperbolična funkcija od pL	as	1		6,2	6,2	6,1	6,1	6,1
13	Dodatno naprezanje uslijed ukrštenosti osig)	$\sigma \lambda$	N/mm <sup>2</sup>	10	10	16	16	20	24
14	$L^2/2pR a g^d$	$R\lambda/2e$	1		0,08	0,06	0,04	0,03	i)

a) Navedeni primjeri parametara za pojedine tipske veličine tračnih pila trupčara računati su, odnosno procijenjeni, kao srednje vrijednosti parametara iz uzorka od 73 stroja 16 renomiranih svjetskih proizvođača — kao i na osnovi podataka iz literature.

b) Primijenjen je razmak osi L, koji vrijedi za slučaj kad je na stroj postavljen list pile maksimalne dužine.

c) Pretpostavljen je slučaj kad je širina lista pile b, jednaka širini vijenca kotača C.

d) Treba imati u vidu napomene pod b) i c).

e) Podaci iz prakse variraju u širim granicama. Ovdje je usvojena zajednička vrijednost za navedene tipske veličine.

f) Kut ukrštenosti osi kotača usvojen je u visini granice dozvoljenog odstupanja za taj kut [2].

g)  $\sigma \lambda = ERCa \lambda / 2L$  uz napomene pod b), c), f).

h) Navedene srednje vrijednosti imaju relativno visoke standardne devijacije od 32% do 57%.

i) Nedostaju podaci.

nati, kut ukrštenosti osi kotača (novi, radionički postupak provjere s povišenim stupnjem točnosti, prikazan je u poglavljju 7).

##### 5. DODATNO HABANJE RADNE PLOHE VIJENCA USLIJED UKRŠTENOSTI OSI KOTAČA

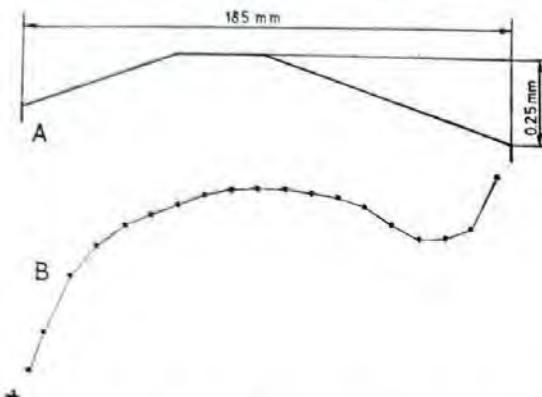
U poglavljiju 3 pokazano je da tendencija diskontinuiteta momenata u izlaznim zonama Z, kod točaka 2 i 3 (slika 3) — uzrokuje bočno proklizavanje lista pile po vijencu kotača u tim zonama. To se proklizavanje ostvaruje pri obodnim brzinama od preko 30 m/s i pri površinskim pritiscima reda veličine 100 N/mm<sup>2</sup>, a odvija se tijekom radnog i tijekom praznog hoda stroja. Uslijed toga postaje uvjeti za djelovanje dugotrajnog i intenzivnog treninga između lista pile i vijenca kotača. Ovu bi pojavu trebalo posebno ispitati. Međutim, već navedene činjenice ukazuju na mogućnost da su ova tre-

nja uzrok što se u nekim slučajevima, iz neustanovavljenih razloga, prijevremeno habaju i deformiraju radne plohe vijenca kotača. Deformirani vijenac uzrokuje nestabilnost lista pile u propiljku, i time loš rad stroja, te može uzrokovati lokalna naprezanja i naprsline u listu pile.

U pilanskoj praksi poznate su pojave da se na jednoj tračnoj pili netočno piljenje trajno povećava. U tim slučajevima treba posebnim napravama provjeriti ispravnost bombea vijenca. Istovremeno treba kontrolirati da li je kut ukrštenosti osi kotača u dozvoljenim granicama (poglavlje 7). Na slici 6<sup>2</sup> dat je primjer koji ilustrira do koje se mjere u pilani može zanemariti kontrola i održavanje ispravnog stanja radne plohe vijenca kotača. Na snimci je vidljivo da se ispuštanje vijenca, koje prema tvorničkom nacrtu iznosi 0,15 ... 0,25 mm, mjestočno pohabalo za blizu 1 mm, te da se oblik bom-

2) Krivulja profila vijenca kotača na slici 6 snimljena je instrumentom AMB, patentiranim kod Saveznog zavoda za patente SFRJ, pod brojem 163/77, na ime autora članka.

bea potpuno deformirao. Ne treba sumnjati da su prije dolaska takve tračne pile na remont, ovi kotači bili uzrok osjetnog škarta u drvnoj gradi, povećanog kvara listova pile, te dugotrajnih gubitaka u radnom vremenu i kapacitetu stroja.



Sl. 6: Primjer pohabanog vijenca kotača rastružne pile RP-1500 >BRATSTVO<, poslije 9 god. eksplotacije

Abb. 6: Profil des abgenutzten Rollenkranzes der Trennbandsäge RP-1500 >BRATSTVO<, nach neunjährigen Erschließung

Fig. 6: Profile of a worn pulley face of band-saw RP-1500 >BRATSTVO< after nine years of exploitation

Ordinate profila na slici uvećane su u razmjeru 50:1, apscise profila na slici umanjene su u omjeru 1:2,5. A — profil vijenca prema tvorničkom nacrту; B — točke profila pohabanog vijenca snimljene instrumentom AMB.

## 6. BOČNI POMAK LISTA PILE PO VIJENCU KOTAČA USLIJED UKRŠTENOSTI OSI KOTAČA

Za tračne pile koje ispunjavaju pretpostavke 2 ... 10, uz uvjete  $\lambda \neq 0$ ,  $\psi = 0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $F = 0$ ,  $M_y = 0$ , tj. za slučaj prikazan na slici 2-D, vrijedi:

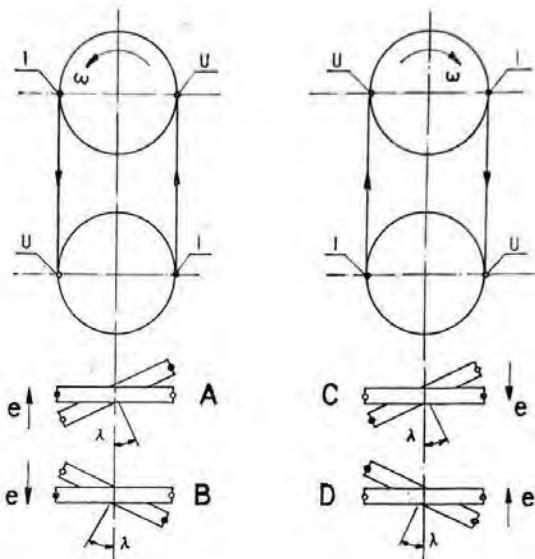
$$\frac{e}{R\lambda} = \frac{R_{pa6}}{L^2} \quad (14)$$

Gradijent (14) izračunan je za povratnu granu eliminacijom veličina  $M_1$ ,  $M_g$ ,  $\epsilon$ , iz jednakosti  $M_1 = M_g$  (poglavlje 3), te iz izraza (1), (8), (12). Sličnom eliminacijom, uz uvažavanje jednakosti  $e = e_d$ , dobiva se identični obrazac (14) i za radnu granu. Odnos  $e/R\lambda$  predstavlja konstantu<sup>3</sup> za konkretni stroj s konkretnim listom pile, jer su sve veličine na desnoj strani jednakosti (14) konstante.

Pomak  $e$  orientiran je od ulazne zone jednog kotača prema izlaznoj zoni drugog kotača, kako je to prikazano u tlocrtima A, B, C, D, slike 7. Do tak-

3) Treba imati u vidu da to striktno vrijedi samo uz ranije prihvaćenu pretpostavku 10 iz poglavljja 2. Međutim, kada krivulja bombera odstupa od kvadratne parabole prema slici 1, na mjesto radijusa tjemene krivine parabole  $p_p$ , treba uvrstiti odgovarajući radius  $p_p$  ( $3 \cdot p_p$ ) nije konstanta, već je i sam funkcija od  $e$ . I u tom se slučaju može smatrati da je  $e/R\lambda$  približno konstanta, jer se  $p_p$  samo neznatno mijenja za raspone vrijednosti  $e$ , koji su uobičajeni u praksi.

vog zaključka može se doći kinematskom analizom kretanja lista pile po bombiranim vijencima kotača čije su osi ukrštene. Ova razmatranja potvrđena su i pokusima. U slučaju promjene smjera kretanja,  $\omega$ , ili u slučaju promjene smjera kuta,  $\lambda$ , mijenja se međusobni položaj izlazne i ulazne zone, te se time mijenja i smjer pomaka  $e$ . Iz toga slijedi da se smjer pomaka  $e$  mijenja bilo promjenom smjera okretanja kotača, bilo promjenom smjera kuta ukrštenosti  $\lambda$ .



Sl. 7: Smjer pomaka pile  $e$  bočno po vijencu kotača, ovisno o smjeru kuta ukrštenosti osi kotača  $\lambda$ , i ovisno o smjeru okretanja kotača  $\omega$ , za tračnu pilu prema dispoziciji D, slika 2.

Abb. 7: Richtung der seitlichen Sägeblattverschiebung am Sägerollenkranz, in Abhängigkeit von der Richtung des Achsenkreuzungswinkels  $\lambda$  und der Richtung der Rollendrehung, für Bandsägedisposition D, Abbildung 2

Fig. 7: Direction of lateral band-saw blade movement on the pulley face, depending on the direction of angle  $\lambda$ , and the direction of the pulley rotation, for the band-saw disposition D on Figure 2.

U — ulazna zona lista pile;

I — izlazna zona lista pile.

Kod dispozicije tračne pile prema tlocrtu A (slika 7), pomak  $e$  ostvaruje se u suprotnom smjeru nego kod dispozicije prema tlocrtu C. Isto vrijedi i za dispozicije prema tlocrtima B i D. To znači da se promjenom smjera okretanja kotača ostvaruje dvostruki pomak  $2e$  lista pile po vijencima kotača, tako da je, prema izrazu (14),  $2e = 2pR_{pa6}\lambda/L^2$ . Ovaj dvostruki pomak lako je snimiti kao razliku istaka koje se očitavaju kod okretanja kotača u dva protivna smjera<sup>4</sup>, jer je  $2e = i_1 - i_2$  (slika 10). Uz pomoć dva zadnja navedena obrasca postavljen je odnos

4) Treba voditi računa da prije snimanja istake treba okrenuti kotač dovoljan broj puta u određenom smjeru (za oko 20 prolaza lista pile), kako bi se list pile postavio u praktički krajnj stacionarni položaj.

$$\lambda = \frac{(i_1 - i_2) L^2}{2 \rho R^2 a_6} \quad (15)$$

koji omogućuje da se mjeranjem istaka izračuna kut ukrštenosti osi kotača. Ovaj nalaz izведен je za poseban slučaj; za dispoziciju tračne pile prema slici 2-D. Međutim, kako na razliku ( $i_1 - i_2$ ) nemaju utjecaja parametri  $\psi$ ,  $\varphi$ ,  $F$ ,  $M_y$  to obrazac (15) vrijedi i za općeniti slučaj tračne pile prema dispoziciji B (slika 2).

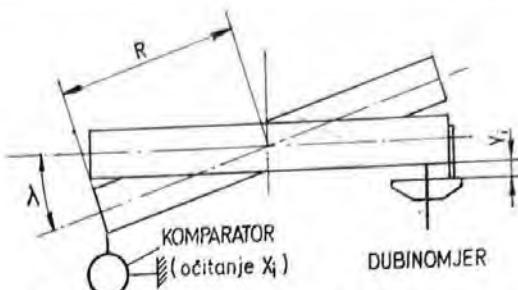
U alinei 14 tablice II upisane su vrijednosti izraza  $L^2/2\rho Ra_6 = 0,08 \dots 0,03$ , što pokazuje da kod tračnih pila iz navedenog uzroka relacija  $R\lambda/2e$  ima red veličine 1/20, odnosno da je  $R\lambda \approx (i_1 - i_2)/20$ . Stoga je evidentno da se mjeranjem razlike istaka ( $i_1 - i_2$ ) može postići oko 20 puta veća točnost u određivanju luka  $R\lambda$  nego direktnim mjeranjem luka  $R\lambda$ , uz primjenu viskova, ako kod oba mjerjenja nastupa ista apsolutna greška. (Ovdje nije uzeta u obzir razlika točnosti mjerjenja koja se ostvaruje kad se snima razlika istaka  $i_1 - i_2$ , dubinomjerom, u odnosu na točnost snimanja  $R\lambda$ , uz pomoć viskova dužine 2 m).

Navedene činjenice bile su razlog da se, u novom načinu provjere, mjerena i izravnana (poglavlje 7), kut ukrštenosti osi kotača određuje na osnovi mjerjenja istake lista pile na vijencu. Na istom postupku mjerjenja bit će zasnovani i eksperimenti kojima se testira ključni obrazac (14).

Radi provjere novoizvedenog obrascra (14) obavljena su mjerjenja na takvim tračnim pilama kod kojih je konstruktivno bilo moguće i pogodno postepeno variranje kuta ukrštenosti osi kotača. Mjeranjem je ustanovljen skup parova podataka ( $x_i, y_i$ ). Varijabla  $x_i$  predstavlja veličinu očitanu na skali komparatora (slika 8). Varijabla  $y_i$  predstavlja istaku<sup>5</sup> lista pile na kotaču, izmjerenu dubinomjerom. Obradom očitanih podataka nadeni su statistički pokazatelji koji su uneseni u tablicu III. Grafikon na slici 9 pokazuje rezultate mjerjenja iz pokusa 8B.

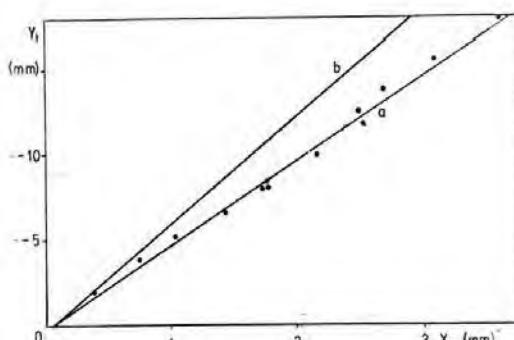
Koefficijenti korelacije izmjerenih parova ( $x_i, y_i$ ), kolona 5 tabele III, kod svih izvedenih pokusa imaju vrijednost vrlo blisku jedinici. Ovo pokazuje da postoji linearna funkcionalna veza između  $x_i$  i  $y_i$ , odnosno između pomaka  $e$  i luka  $\lambda R$ . Numeričke vrijednosti eksperimentalno dobivenih gradijenata pravca regresije,  $m$ , kolona 7, tabela III, u stanovitoj mjeri odstupaju od odnosa izračunatih prema obrascu (14), kolona 8, tabela III. Ova razlika nije razjašnjena, i za sada se pretpostavlja da bi jedan od uzročnika odstupanja mogao biti elastične deformacije stroja tokom pokusa.

Uzvezi ukupno rezultate izvršenih mjerjenja, može se prihvatići da oni potvrđuju funkcionalnu ovis-



Sl. 8: — Mjerjenje istake  $y_i$  uz variranje luka zakretanja kotača  $R\lambda$ . Shematski prikaz eksperimenta.  
Abb. 8: Messung der Sägeblattausladung  $y_i$  beim Varriieren des Bogens der Rollenschwenkung  $R\lambda$ . Schematische Darstellung  
Fig. 8: Measurement of the saw-to-pulley distance  $y_i$  when varying the pulley twist arc  $R\lambda$ . Schematic presentation

nost iskazanu obrascem (14). Na taj način rezultati izvršenih mjerjenja predstavljaju i određenu potvrdu za obrascel elastične linije (4) i (5), iz kojih je izraz (14) izведен.



Sl. 9: Grafikon dobivenih rezultata iz eksperimenta 8B  
Abb. 9: Graphische Darstellung der im Experiment 8B erzielten Resultate  
Fig. 9: Diagram of the results of Experiment 8B

a — pravac regresije za rezultate izvršenih mjerjenja u eksperimentu 8B, b — pravac s gradijentom dobivenim iz obrascra (14).

## 7. RADIONIČKI POSTUPAK ZA KONTROLU, MJERENJE I IZRAVNAVANJE KUTA UKRŠTENOSTI OSI KOTAČA

Jedan od zadataka ispravne montaže tračnih pil je da se izravna kut ukrštenosti osi kotača unutar granica dozvoljenih odstupanja. Prema ugutama proizvodača tračnih pila i proizvodača listova pila, regulacija kuta ukrštenosti obavljaju se uz pomoć viskova, s dozvoljenim odstupanjima reda veličine 1 mm/1000 mm [2]. Ova relativno široka tolerancija predstavlja određeni ustupak nepreciznosti mjere-

<sup>5</sup> Istaka lista  $y_i$  bila je relativno mala, tako da se s dovoljnom točnošću može smatrati da je bila ostvarena pretpostavka 3 iz poglavija 2.

REKAPITULACIJA REZULTATA IZVRSENIH MJERENJA ISTAKE  $y_i$  UZ VARIRANJE LUKA  $R\lambda$ , ZAKRETANJA KOTAČA (slika 8)

Tablica III

REKAPITULATION DER MESSWERTE DER AUSLADUNG  $y_i$  BEIM VARIEREN DES BOGENS  $R\lambda$ , DER SÄGEROLLENSCHWENKUNG (Abb. 8)

Tabelle III

SURVEY OF RESULTS OF THE SAW-TO-PULLEY DISTANCE MEASUREMENT WHEN VARYING THE PULLEY TWIST ARC  $R\lambda$  (Figure 8)

Table III

RB Alinee	Pokus Br.	Stroj	Broj iz- mjerjenih parova podataka ( $x_i, y_i$ )	Koeficijent korelaciije $r^a$	Stand. greška regresije $S_y^b$ mm	Gradient pravca regresije $m^c$	Gradient prema obrascu (14) $e$ $\frac{e}{\lambda R}$ $d$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	2A	pg. I	65	-0,979	0,35	-4,22	-6,32
2	2B	pg. I	65	0,985	0,32	4,52	6,32
3	1A1	pg. II	4	0,98	0,16	4,89	5,74
4	1A2	pg. II	4	-0,93	0,29	-5,11	-5,74
5	1B1	pg. II	4	-1,00	0	6,05	5,74
6	1B2	pg. II	4	-1,00	0	-5,18	-5,74
7	8A	1100 T	11	0,998	0,31	5,09	6,39
8	8B	1100 T	13	-0,996	0,40	-4,98	-6,39
9	9A	1100 T	11	0,997	0,29	5,09	6,39
10	9B	1100 T	5	-0,996	0,46	-5,12	-6,39
11	10A	1100 T	17	-0,996	0,35	-5,01	-6,39
12	10B	1100 T	17	0,995	0,40	5,00	6,39

$$\Sigma XY$$

$$a) r = \sqrt{\frac{\Sigma XY}{(\Sigma X^2) \cdot (\Sigma Y^2)}}$$

$$b) S_y = \sqrt{\frac{\Sigma Y^2}{n}} \cdot \sqrt{1 - r^2}$$

$$c) m = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2} \quad \text{Vrijednosti parametara } R, \rho, L, \alpha \text{ dobivene su na osnovi podataka iz tehničke dokumentacije, odnosno na osnovi premjeravanja stroja na kojem je eksperiment obavljen.}$$

$$d) \frac{e}{\lambda R} = \frac{R \rho \alpha}{L^2}$$

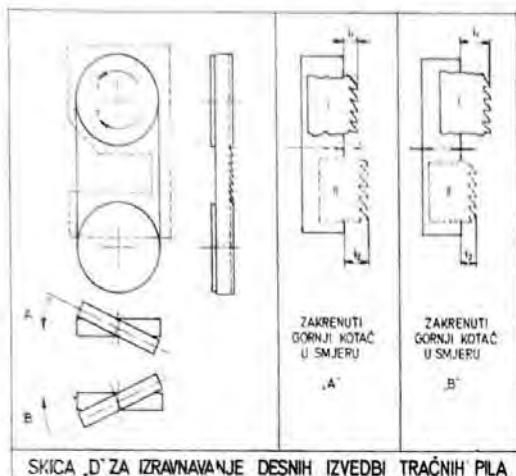
Ovdje će biti prikazan novi postupak kontrole, mjerjenja i izravnavanja uz pomoć dubinomjera<sup>6</sup>, koji postupak pruža mogućnost postizanja višestruko veće točnosti izravnjanja, uz manji napor radnika i manji utrošak vremena. Kontrola se obavlja mjerjenjem razlika istaka lista pile na kotaču, kad se kotači pila pokrenu u dva suprotna smjera okretanja. U daljem tekstu bit će, uz pomoć slike 10, opisane operacije ovog postupka izravnjanja, koji se u tvornici strojeva »BRATSTVO«, Zagreb, primjenjuju nešto duže od 10 godina, kako slijedi:

1. Prema datom stroju odredi se da li će se dalji postupak obavljati prema skici D (slika 10) ili prema skici L (slika 10).

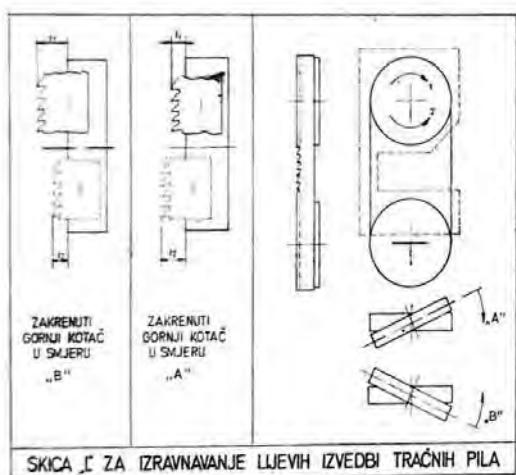
2. Postaviti list pile na kotače i zategnuti ga propisanom silom (pomoću utega ili drugim sistemom napinjanja).

6) Specijalno pomicno mjerilo s nonijusom 1/10 ili 1/20 ili 1/50, ili univerzalno pomicno mjerilo (Subler s dubinomjerom) s nonijusom 1/10 ili 1/20 ili 1/50.

nja pomoću viska i nepogodnosti samog postupka mjerjenja koga radnik mora obavljati pod nepovoljnim uvjetima u jami ispod stroja.



SKICA „D“ ZA IZRAVNAVANJE DESNIH IZVEDBI TRAČNIH PILA



SKICA „E“ ZA IZRAVNAVANJE LIJEVIH IZVEDBI TRAČNIH PILA

Sl. 10: Skice u uputu za kontrolu, mjerjenje i izravnavanje kuta ukrštenosti osi kotača kod tračnih pilja koje imaju bombirani profil vijenca kotača

Abb. 10: Skizzen zur Anleitung für Kontrolle, Messen und Ausrichten der Kreuzungswinkel der Bandsägerollen mit balligem Kranz

Fig. 10: Drawings illustrating the control, measurement and aligning instruction of the non-cross-aligning angle of crown-faced band-saw pulleys

3. Otkloniti (podesiti) elemente za čišćenje kotača i lista pile, tako da nijedan od tih dijelova ne dodiruje plohe kotača ili lista pile.

4. Uredajem za naklon kotača podesiti takav položaj lista pile na kotačima da pazuh zuba prelazi izvan vijenca kotača za oko 5 mm.

5. Markirati jedan zub, z, pisaljkom, te odmjeriti dubinomjerom istaku i<sub>1</sub> vrha markiranog zuba od ivice vijenca kotača. Ovo mjerjenje vršiti uvijek na istoj poziciji u odnosu na stroj. Okrenuti kotače u smjeru 1, za dvadesetak prolaza zuba, z, i uvjeriti se da se veličina i<sub>1</sub> nije izmjenila za više od 0,2 mm<sup>7</sup>. Time je list pile doveden u položaj I.

6. Zatim okrenuti kotače u protivnom smjeru, 2, za dvadesetak prolaza zuba z, te izmjeriti istaku i<sub>2</sub> markiranog zuba od ivice vijenca kotača. Time je registriran položaj II pilne trake.

7. Ako se traka nije bitno pomakla po vijencu kotača, tj. ako je  $|i_2 - i_1| < 2 \text{ mm}^7$ , to znači da je kut ukrštenosti dovoljno mali i da ne treba vršiti korekciju ukrštenosti osi kotača.

8. Ako se list pile pokrenuo suprotno smjeru pomaka, tj. ako je  $(i_2 - i_1) > 2 \text{ mm}$ , onda treba popraviti kut ukrštenosti gornjeg kotača u smjeru »A«, za mali kut  $\lambda$ . Ako se list pile pokrenuo u smjeru pomaka, tj. ako je  $(i_1 - i_2) > 2 \text{ mm}^7$ , onda treba kut ukrštenosti gornjeg kotača popraviti u smjeru »B« za mali kut  $\lambda$ . Apsolutna vrijednost kuta popravka  $\lambda$  izračunava se prema obrascu (15). Međutim, za potrebe izravnavanja moguće je primijeniti i pojednostavljeni približni obrazac

$$\lambda \approx \frac{|i_2 - i_1|}{20 R}$$

Korekciju kuta ukrštenosti obavlja za to ospozobljeni monter. On će, prema konstrukciji stroja, odlučiti da li treba zakrenuti gornji kotač u smjeru prikazanom na slici 10, ili je u konkretnom slučaju povoljnije korigirati kut donjeg kotača u protivnom smjeru.

9. Poslije prve korekcije kuta ukrštenosti osi kotača prema operaciji broj 7, treba ponoviti operacije 5, 6, 7 prema potrebi i nekoliko puta, dok se razlika istaka  $|i_2 - i_1|$  ne dovede na veličinu manju od 2 mm<sup>7</sup>.

10. Time je korekcija ukrštenosti dovršena, pa treba definitivno fiksirati osi kotača u novome položaju.

Prikazana radionička uputa (operacije 1...10) opisuje postupak izravnavanja kuta ukrštenosti osi kotača koje obavlja monter koji je ospozobljen za takve radove. Međutim, specifična prednost ovog postupka je u tome da omogućuje vrlo jednostavnu provjeru (operacije 1...7) izravnavanja stroja koju može obaviti sam rukovalac tračne pile s priručnim alatom, kad god nade za potrebno — bez specijaliziranog tvorničkog montera. To stvara objektivne uvjete za češću kontrolu stroja. Pravovremeno otkrivanje poremećaja u izravnavanju tračne pile otklanjanje jedan od mogućih uzroka ubrzanog habanja bombe kotača i prekomjerne pojave napuklina u listu pile.

## 8. ZAKLJUČCI

1. Fenomen ukrštenosti osi kotača, koji je došao u stručnoj literaturi bio zapostavljen, u praksi

<sup>7</sup>) Internim propisima mogu biti određene i druge granice odstupanja.

može imati osjetne reperkusije na efekte rada stroja, na habanje bombea kotača i na vijek trajanja listova pile.

2. Do sada uobičajeni postupak izravnjanja kuta ukrštenosti osi kotača primjenom viskova neprikladan je i ne osigurava potrebnu točnost izravnjanja.

3. Novo predloženi postupak provjere, mjerena i izravnavanja kuta ukrštenosti osi kotača teorijski je zasnovan, eksperimentalno provijeren, te isprobao u praksi, tokom višegodišnje primjene u jednoj tvornici strojeva. Novim postupkom se, uz jed-

nostavnu manipulaciju, postiže znatno viša točnost izravnjanja.

#### LITERATURA

- [1] Feoktisov, A. B.: Lentočnopilne stanki. Moskva, 1976.
- [2] Ilinškij, S. A., Rudnik, M. S.: Priemka drevobrativajućih stankov. Moskva, 1969.
- [3] Lombardi, J.: La scie à ruban. Un problème cinématique et statique. Schweiz. Bauzeitung 72 (25), 359-363.
- [4] Timoshenko, S.: Strength of Materials, Part II, Advanced Theory and Problems. Palo Alto, 1941.

Recenzent:  
prof. dr S. Sever